18 февраля 2019 г.

Технология проблемного обучения.

- Учитель математики МАОУ ЛНИП:
- Ткаченко Л.А.

• Технология проблемного обучения.

Психологической основой концепции проблемного обучения является теория мышления как продуктивного процесса, выдвинутая С. Л. Рубинштейном. Мышление играет ведущую роль в проблемном обучении человека.

<u>Урок изучения нового материала в технологии проблемного обучения имеет свою структуру:</u>

1. Этап введения знаний
2. Этап воспроизведения знаний.

• Технология проблемного обучения.

<u>На этапе введения нового материала</u>
учитель применяет проблемные методы, которые “проводят” учеников через два звена научного творчества

постановка проблемы

поиск решения

<u>На этапе воспроизведения знаний</u>
педагог даёт задания, позволяющие школьникам пройти ещё через два творческих звена

выражение решения

реализацию продукта

• Технология проблемного обучения.

В процессе такого обучения школьники учатся мыслить логично, научно, диалектически, творчески; добытые ими знания превращаются в убеждения; они испытывают чувство глубокого удовлетворения, уверенности в своих возможностях и силах; самостоятельно добытые знания более прочные.

урок - лекция

18.02.2019

“Расположение корней квадратного трехчлена”

- *Лицей научно-инженерного профиля*
- *г. Королёв*

- *Алгебра 9 класс*

- *Учитель математики*
- *Ткаченко Лидия Анатольевна*

- Расположение корней квадратного трехчлена.

Цели урока:

Познакомить учащихся с алгоритмами решения задач на расположение корней квадратного трехчлена. Показать, что расположение корней относительно заданных точек полностью определяется направлением ветвей соответствующей параболы, координатами вершины, значениями в заданных точках используя технологию проблемного обучения.

План урока:

-объяснение нового материала;

-решение упражнений на расположение корней квадратного трехчлена;

-домашнее задание.

• Расположение корней квадратного трехчлена.

Ход урока:

Рассмотрим некоторые теоремы, связанные с расположением корней квадратного трехчлена $y = ax^2 + bx + c$ относительно заданной точки M. Возможны три случая, не считая случая отсутствия корней: оба корня больше M; оба корня меньше M; один корень меньше, а другой больше M.

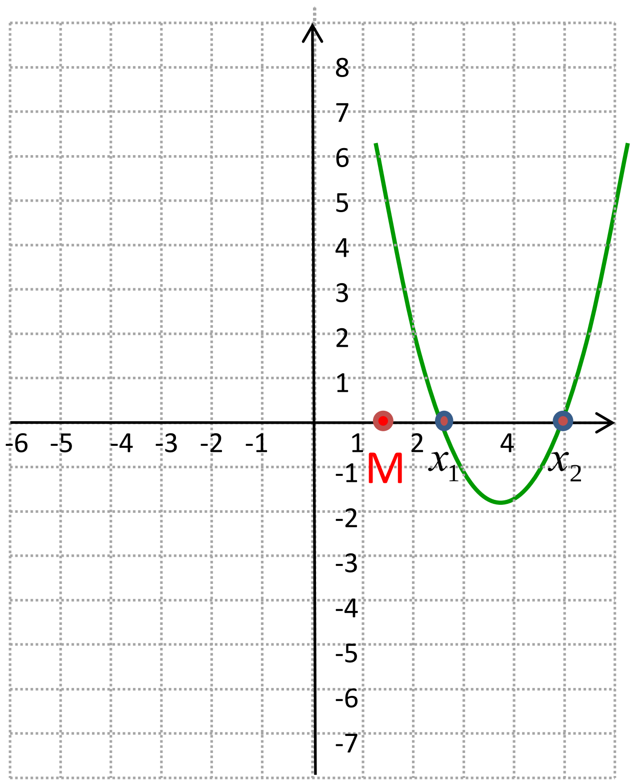
M – слева от корней $M < x_1 < x_2$	$\begin{cases} M < x_в; \\ af(M) > 0; \\ D > 0. \end{cases}$
M – справа от корней $x_1 < x_2 < M$	$\begin{cases} M > x_в; \\ af(M) > 0; \\ D > 0. \end{cases}$
M – между корнями $x_1 < M < x_2$	$af(M) < 0$

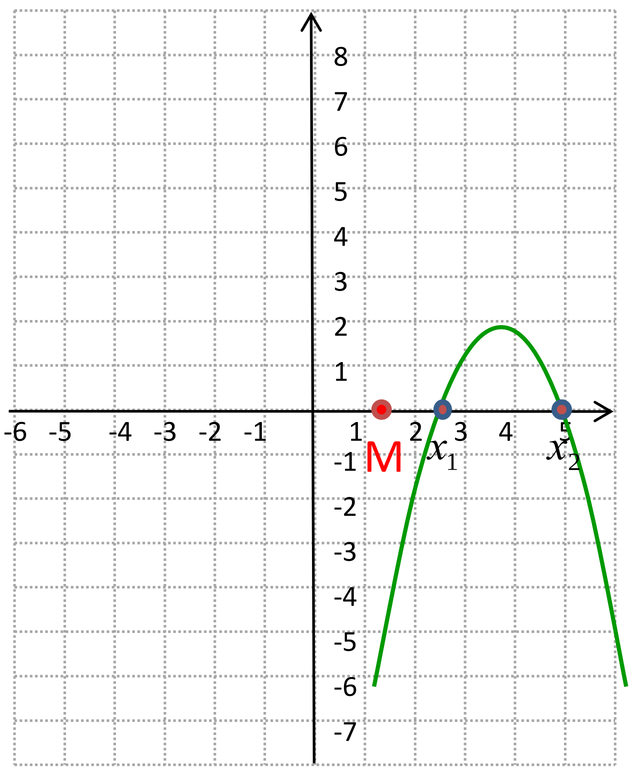
• Расположение корней квадратного трехчлена.

M – слева от корней

$$M < x_1 < x_2$$

$$\begin{cases} M < x_в; \\ af(M) > 0; \\ D > 0. \end{cases}$$





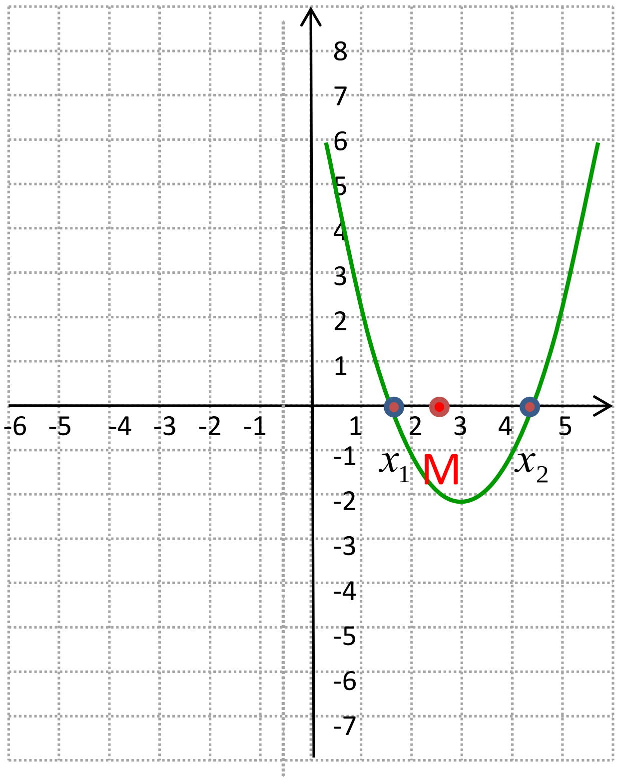
• Расположение корней квадратного трехчлена.

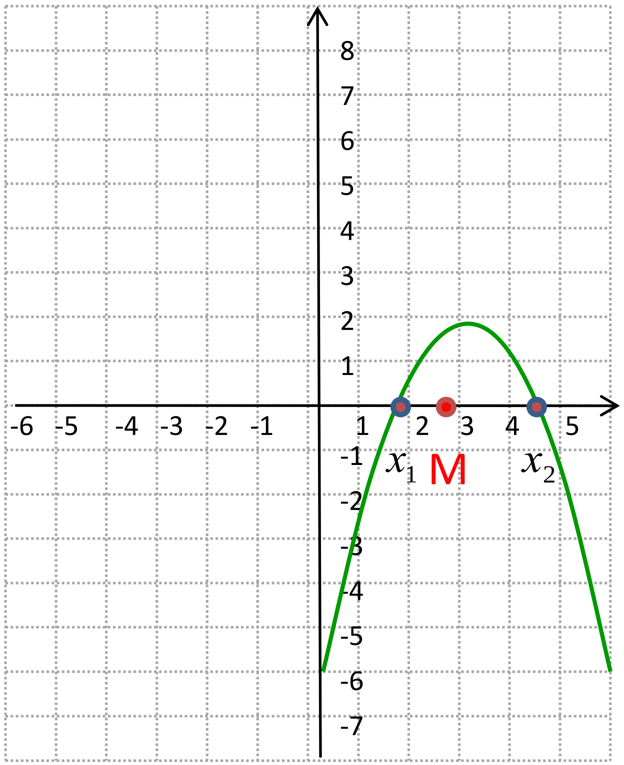
M – между корнями

$$x_1 < M < x_2$$

$$af(M) < 0$$

Почему нет условия $D > 0$?



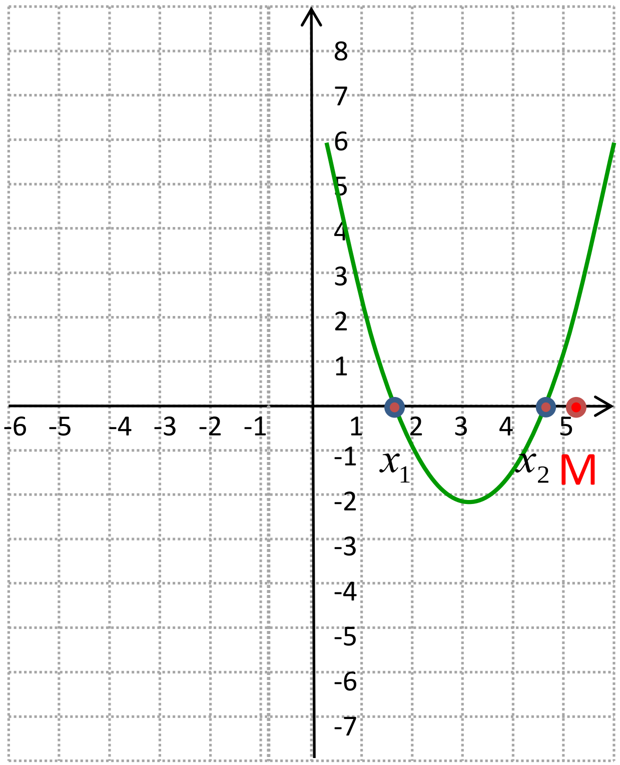


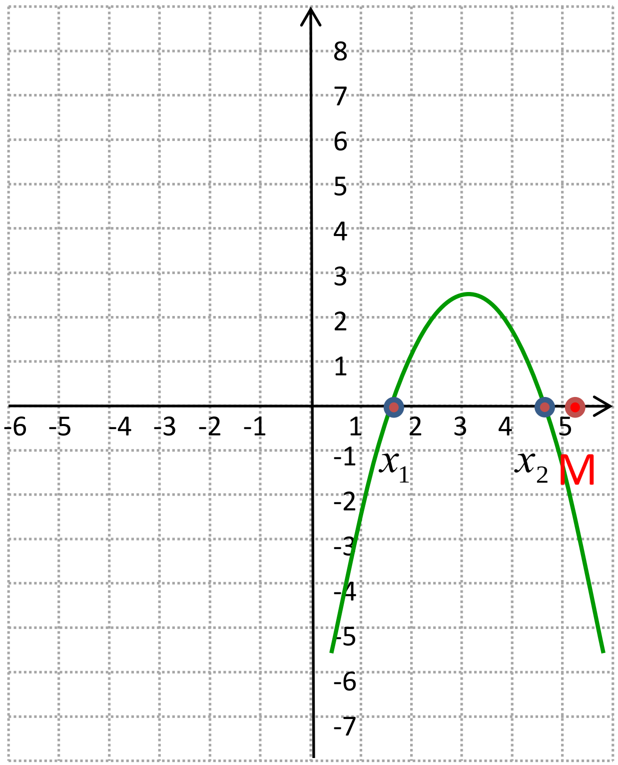
• Расположение корней квадратного трехчлена.

M – справа от корней

$$x_1 < x_2 < M$$

$$\begin{cases} M > x_в; \\ af(M) > 0; \\ D > 0. \end{cases}$$





• Расположение корней квадратного трехчлена.

Доказательство:

Рассмотрим случай:

$M > 0,\ x_1 < M < x_2;\ \ af(M) < 0.$

$f(x_в) \leq f(M)$, значит $af(x_в) \leq af(M)$.

Но:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x + \frac{b}{2a})^2 + \frac{(4ac - b^2)}{4a} = a(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{D}{4a}$$

$$f(x_в) = 0 - \frac{D}{4a} = -\frac{D}{4a};$$

$$a(-\frac{D}{4a}) \leq af(M) < 0;$$

$$-D < 0, \text{ значит } D > 0.$$

• Расположение корней квадратного трехчлена.

Пример 1. При каком значении параметра k нули функции лежат слева от -1?

$$f(x) = 2kx^2 - 2(5-k)x + 5k - 5;$$

1) $k = 0;\ f(x) = (-10 + 2k)x + 5(k-1);\ x = \frac{-5(k-1)}{2(k-5)} = \frac{5}{-10} = -\frac{1}{2};$ *НЕТ РЕШЕНИЙ*

2) $k \neq 0; D = (5-k)^2 - 2k(5k-5) = -9k^2 + 25$

$$\begin{cases} D \geq 0; \\ x_в < M; \\ af(M) > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(k - \frac{5}{3}\right)\left(k + \frac{5}{3}\right) \leq 0; \\ \frac{5-k}{2k} < -1; \\ 2k(2k + 2(5-k) + 5k - 5) > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(k - \frac{5}{3}\right)\left(k + \frac{5}{3}\right) \leq 0; \\ \frac{k+5}{k} < 0; \\ 10k(k+1) > 0. \end{cases}$$

Ответ: $k \epsilon \left[-\frac{5}{3}; -1\right).$

• Расположение корней квадратного трехчлена.

Пример 2. При каких значениях параметра m оба корня квадратного уравнения лежат по разные стороны от числа -2?

$$2mx^2-(m-3)x+m-1=0;$$

$x_1<-2<x_2;\ M=-2;$

1) $m=0;\ x=\frac{1}{3};$ *нет решений т.к по условию 2 корня*

2) $af(M)<0$

$$2m(8m+2(m-3)+m-1)<0$$
$$2m(11m-7)<0$$

Ответ: $m\epsilon(0;\frac{7}{11})$.

• Расположение корней квадратного трехчлена.

<u>Пример 3.</u> При каких значениях параметра a оба корня уравнения больше 1?

$$ax^2 - 2(2a-1)x + 2 - 3a = 0$$

1) $a = 0$, *НЕТ РЕШЕНИЙ, ТАК КАК ОДИН КОРЕНЬ*

2) $\begin{cases} x_в > 1; \\ D > 0; \\ af(1) > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2a-1}{a} > 1; \\ 4a^2 - 4a + 1 - 2a + 3a^2 > 0; \\ a(a - 4a + 4 - 3a) > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2a-1-a}{a} > 0; \\ 7a^2 - 6a + 1 > 0; \\ a(-6a + 4) > 0; \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a-1}{a} > 0; \\ \left(a - \frac{3+\sqrt{2}}{7}\right)\left(a - \frac{3-\sqrt{2}}{7}\right) > 0; \\ a\left(a - \frac{2}{3}\right) < 0. \end{cases}$ *НЕТ РЕШЕНИЙ*

Ответ: ни при каких a

• Расположение корней квадратного трехчлена.

Закрепление материала:

№1:

При каких значениях a уравнение имеет единственное решение, удовлетворяющее неравенству $x > 1$?

$$(a-1)x^2 - 2ax + 2 - 3a = 0$$

то есть $x_1 < 1 < x_2$; $M = 1$;

1) $a = 1$; $x = -\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2} > 1$ (*ЛОЖНО*)

2) $a \neq 1$; $af(M) < 0$

$(a-1)(a-1-2a+2-3a) < 0$

$(a-1)\left(a-\frac{1}{4}\right) > 0$

Ответ: $a \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup (1; \infty)$.

• Расположение корней квадратного трехчлена.

№2:

Сколько корней больше -1 в зависимости от a имеет уравнение?

$$x^2+(2a+6)x+4a+12=0$$

1) Если два корня:

$-1<x_1<x_2;\ M=-1;$

$$\begin{cases} D>0; \\ -1<x_в; \\ af(M)>0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+2a-3>0; \\ -1<-a-3; \\ 2a+7>0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)(a+3)>0; \\ a<-2; \\ a>-\frac{7}{2}. \end{cases}$$

$a \epsilon (-\frac{7}{2};-3)$

2) Если один корень:

то $D=0$ и $a=-3;\ a=1;$

а) $a=-3;\ x^2-12+12=0;\ x=0;\ 0>-1$ (*ВЕРНО*)

б) $a=1;\ x^2+8x+16=0;\ x=-4;\ -4>-1$ (*ЛОЖНО*)

• Расположение корней квадратного трехчлена.

№2:

Сколько корней больше -1 в зависимости от a имеет уравнение?

$$x^2+(2a+6)x+4a+12=0$$

3) Если корней два, но лишь один больше $-\mathbf{1}$:

то есть $x_1<-1<x_2$

$af(M)<0$

$2a+7<0$

$a<-\frac{7}{2}$

При $a=-\frac{7}{2}$; $x^2-x-2=0$; $x=-1$; $x=2$; $2>-1$

Ответ: при $a\le-\frac{7}{2}$; $a=-3$ один корень

при $a\epsilon(-\frac{7}{2};-3)$ два корня

в остальных случаях корней нет

• Расположение корней квадратного трехчлена.

№3:

Найти все значения a, при которых все корни уравнения больше a.

$$x^2 + x + a = 0$$

$M = a;\ a < x_1 < x_2;$

$$\begin{cases} D \geq 0; \\ a < x_в; \\ f(a) > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4a \geq 0; \\ a < -\frac{1}{2}; \\ a^2 + 2a > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq \frac{1}{4}; \\ a < -\frac{1}{2}; \\ a(a+2) > 0. \end{cases} \Leftrightarrow a < -2$$

Ответ: $a < -2$

• Расположение корней квадратного трехчлена.

Домашнее задание:

№1:

Найти все значения параметра a, при которых корни уравнения лежат по разные стороны от числа 1.

$(a^2-1)x^2+(2a+1)x-3=0$ **Ответ:** $(-3;-1)$.

№2:

Найти все значения параметра a, при которых уравнение имеет, по крайней мере, один корень, и каждый корень уравнения меньше 1.

$x^2-(2a+6)x+4a+12=0$ **Ответ:** $(-3.5;-3]$

• Расположение корней квадратного трехчлена.

Домашнее задание:

№3:

Найти все значения параметра a, при которых уравнение имеет два корня x_1 и x_2, $x_1 < x_2$, причем $x_1 < a < x_2$.

$$2x^2 - 2(2a+1)x + a(a-1) = 0$$

Ответ: $a < -3$ **или** $a > 0$.

№4:

Сколько корней меньше 1 имеет уравнение, в зависимости от параметра a?

$$(1+a)x^2 - 3ax + 4a = 0$$

Ответ: при $-1 < a \leq -\frac{1}{2}$ **один корень меньше 1**

при $-\frac{1}{2} < a \leq 0$ **оба корня меньше 1**

в остальных случаях таких корней нет

• Расположение корней квадратного трехчлена.

Самостоятельная работа:

№1:

Выяснить, при каких значениях параметра a корни уравнения таковы, что число 2 лежит между ними.

$$x^2+(a-5)x+a^2-a=0$$

№2:

Найти, при каких значениях параметра a оба корня уравнения больше -1.

$$x^2-(2a+1)x+2a+9=0$$

№3:

Найти, при каких значениях параметра a оба корня уравнения меньше -1.

$$x^2+(a+2)x+5a+4=0$$

Ответы: 1) (-3;2); 2)a≥3,5; 3)(-1/3;0]U[1;∞)

• Расположение корней квадратного трехчлена.

Итоги самостоятельной работы: писало работу 26 человек

«5»-6чел. (23%); **«4»**-12чел. (46%); **«3»**-8чел. (31%).

Основные ошибки: -в алгоритме решения задач;

-в решении неравенств и систем неравенств;

-вычислительные ошибки.

Выводы: «Расположение корней квадратного трехчлена» является важной темой при подготовке учащихся к ЕГЭ, она вызывает интерес у учащихся, но при этом является довольно сложной.

• Расположение корней квадратного трехчлена.

Список использованной литературы:

1) И. Ф. Шарыгин «Решение задач 10 класс», М.: Просвещение, 1994. - 252 с.
2) Л. И. Звавич, Д. И. Аверьянов, Б. П. Пигарев, Т. Н. Трушанина «Задания по математике для подготовки к письменному экзамену в 9 классе», М.: Просвещение, 2006. - 112 с.
3) А. Х. Шахмейстер «Уравнения и неравенства с параметрами», СПб.: ЧеРо-на-Неве, 2004. - 304 с.
4) А.П.Карп «Сборник задач для учащихся 8-9 классов средней школы»: СПб: СМИО Пресс,2001.-160с.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !