

# «Дополнительные свойства параллелограмма».



- Лицей научно-инженерного профиля
- г. Королёв

- Геометрия 8 класс
- Л.С.Атанасян и др. «Геометрия 7-9»

- *Учитель математики:*
- *Логачёва Елена Александровна*



- **Цель и задачи урока:**

**Цель:** Изучение дополнительных свойств параллелограмма.

**Задачи:** Разнообразить материал различными дополнительными сведениями;

**Актуальность темы:** Применение дополнительных свойств параллелограмма делает решение нестандартных задач более простым.

- «Дополнительные свойства параллелограмма».



*Лучший способ  
изучить что-либо  
- это открыть  
самому.*

*Дьёрдь Поля (Джордж По́лиа)*

*1887-1985*

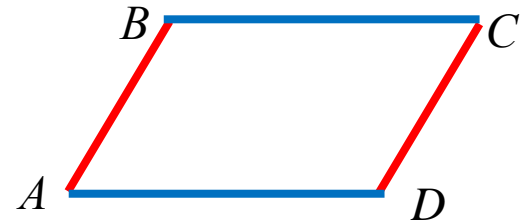
*(венгерский математик)*



## Актуализация знаний.

### Определение.

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC \\ BC \parallel AD \end{array} \right\} \Rightarrow ABCD - \text{параллелограмм}$$



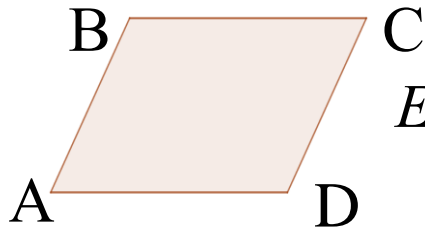
*по определению параллелограмма*

### Свойства параллелограмма:

- 1) Сумма любых двух соседних углов параллелограмма равна  $180^\circ$ , а противоположные углы равны.
- 2) Противлежащие стороны параллелограмма равны.
- 3) Диагонали параллелограмма пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.
- 4) Диагональ разбивает параллелограмм на два **равных** треугольника.

# Актуализация знаний.

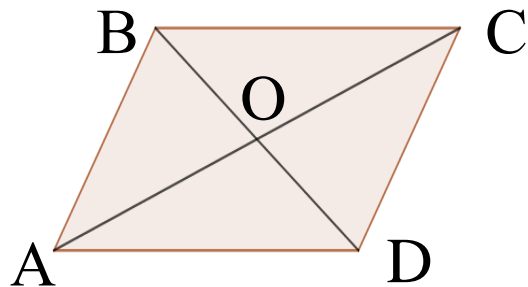
## Свойства параллелограмма:



Если  $ABCD$  – параллелограмм, то

$$\left[ \begin{array}{l} \angle A + \angle B = 180^\circ \\ \angle B + \angle C = 180^\circ \\ \angle C + \angle D = 180^\circ \\ \angle D + \angle A = 180^\circ \\ \angle A = \angle C \\ \angle B = \angle D \end{array} \right.$$

Если  $ABCD$  – параллелограмм, то



Если  $ABCD$  – параллелограмм, то

$$\left[ \begin{array}{l} AB = DC \\ BC = AD \\ AO = OC \\ BO = OD \end{array} \right.$$

Если  $ABCD$  – параллелограмм, то

**по свойству параллелограмма**

$$\left[ \begin{array}{l} \triangle ABD = \triangle CDB \\ \triangle ABC = \triangle CDA \end{array} \right.$$



## Актуализация знаний.

### Признаки параллелограмма.

- Если в **четырёхугольнике** противоположащие стороны **попарно равны**, то это параллелограмм.
- Если в **четырёхугольнике** противоположащие углы **попарно равны**, то это параллелограмм.
- Если в **четырёхугольнике** две стороны равны и параллельны, то это параллелограмм.
- Если диагонали **четырёхугольника** делятся точкой их пересечения пополам, то это параллелограмм.

Актуализация знаний.

**Дано:  $ABCD$ - четырехугольник**

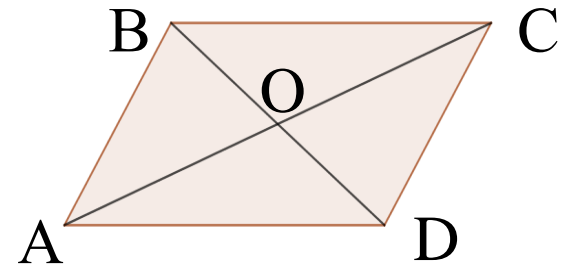
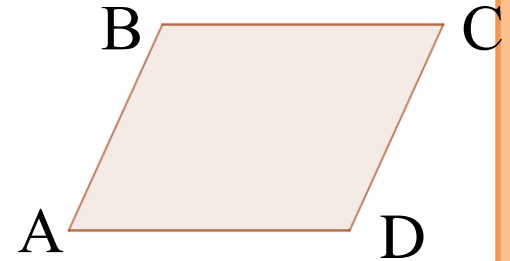
$AB = DC$   
 $BC = AD$  }  $\Rightarrow ABCD$  – параллелограмм

$\angle A = \angle C$   
 $\angle B = \angle D$  }  $\Rightarrow ABCD$  – параллелограмм

$AB = DC$   
 $AB \parallel DC$  }  $\Rightarrow ABCD$  – параллелограмм

$AO = OC$   
 $BO = DO$  }  $\Rightarrow ABCD$  – параллелограмм

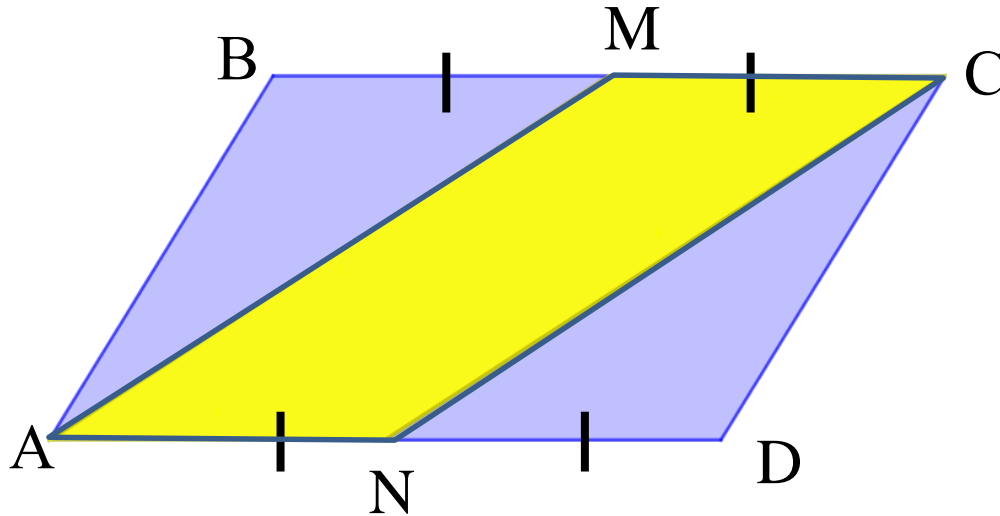
**по признаку параллелограмма**



## Проверка домашней работы

### Задача первого уровня

2.3 (Гордин Р.К.) Точки  $M$  и  $N$  – середины противоположных сторон  $BC$  и  $AD$  параллелограмма  $ABCD$ . Докажите, что четырехугольник  $AMCN$  – параллелограмм.

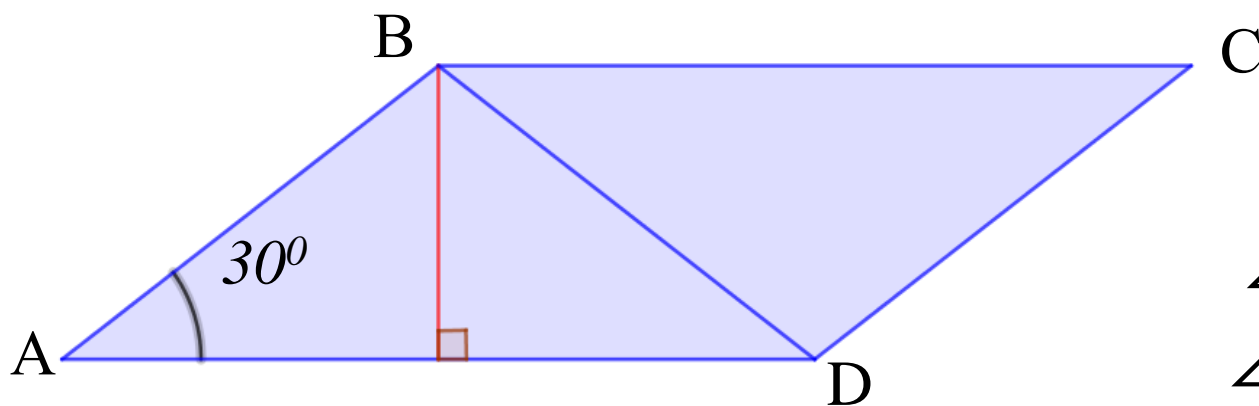




## Проверка домашней работы

### Задача первого уровня

2.6 (Гордин Р.К.) Высота параллелограмма, проведенная из вершины тупого угла, равна 2 и делит сторону параллелограмма пополам. Острый угол параллелограмма равен  $30^\circ$ . Найдите диагональ, проведенную из вершину тупого угла, и углы, которые она образует со сторонами.



*Ответ:*

$$BD=4,$$

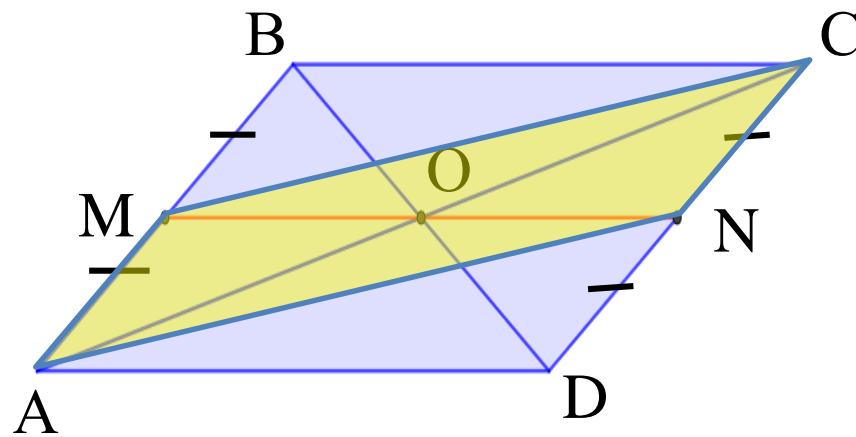
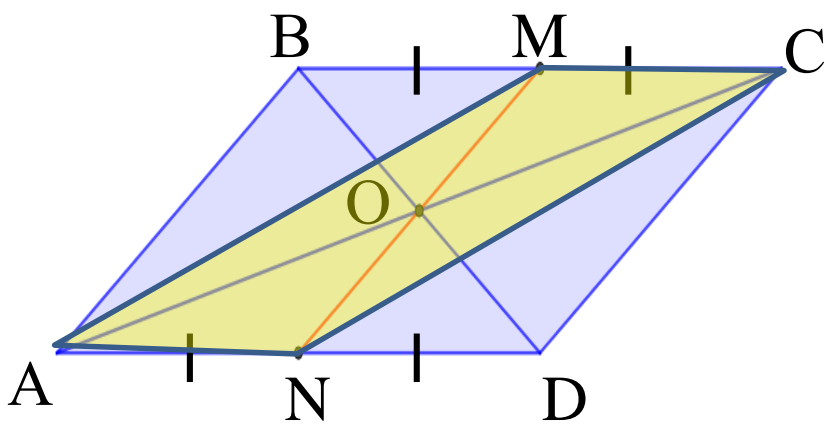
$$\angle BDA = 30^\circ,$$

$$\angle BDC = 120^\circ,$$

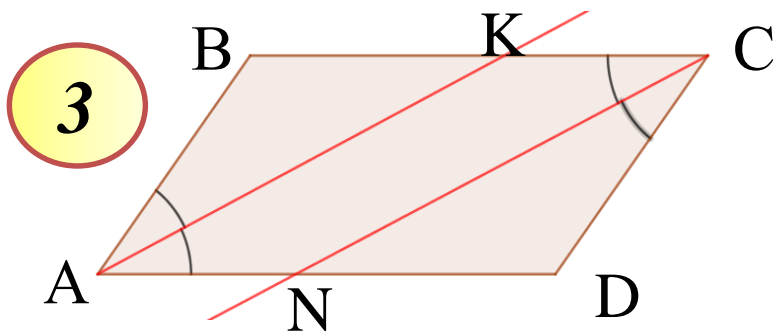
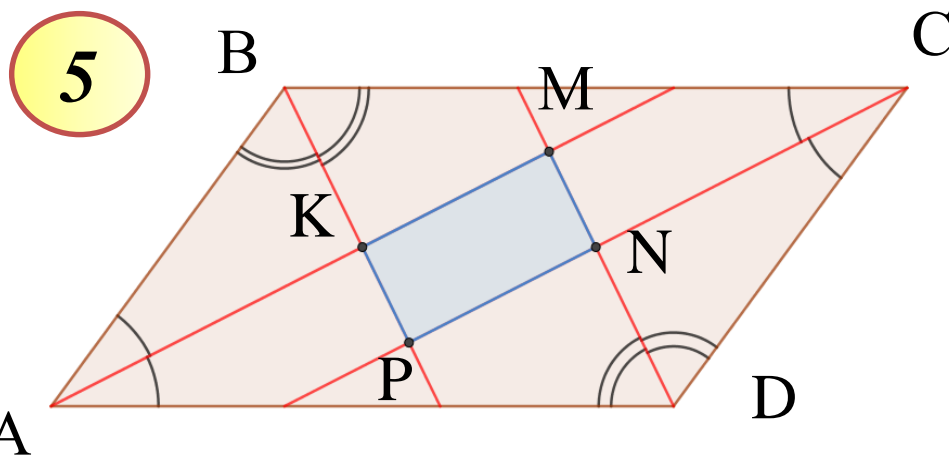
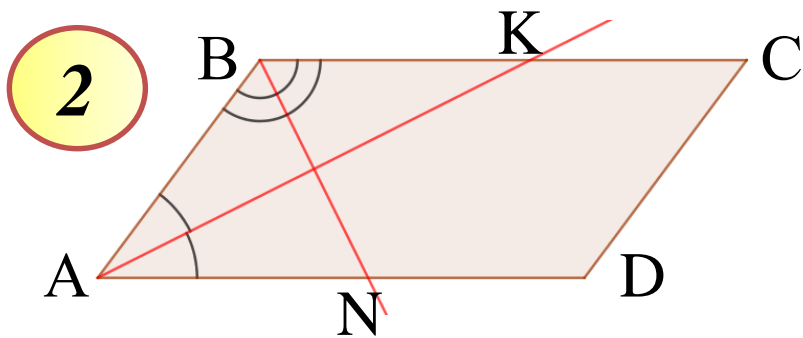
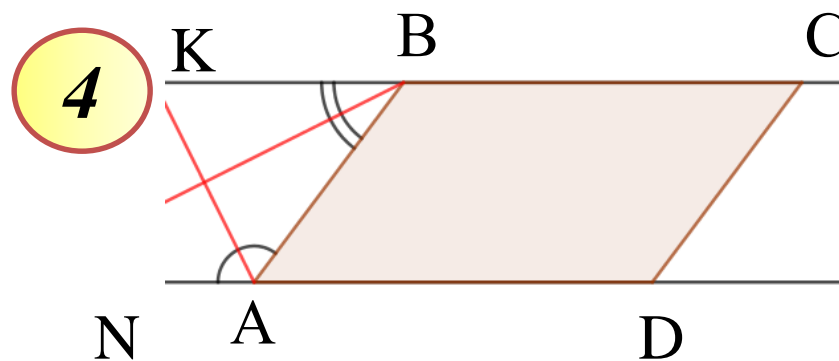
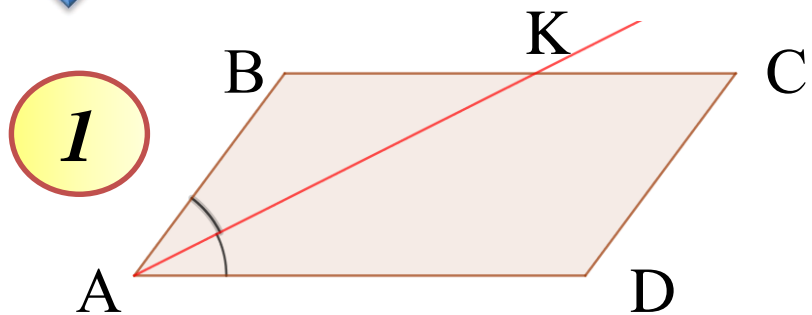
## Проверка домашней работы

### Задача второго уровня уровня

2.29 (Гордин Р.К.) Докажите, что отрезок, соединяющий середины противоположных сторон параллелограмма, проходит через его центр.

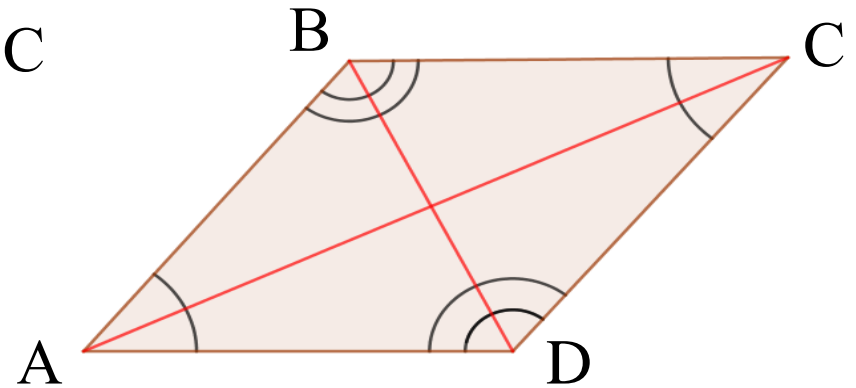
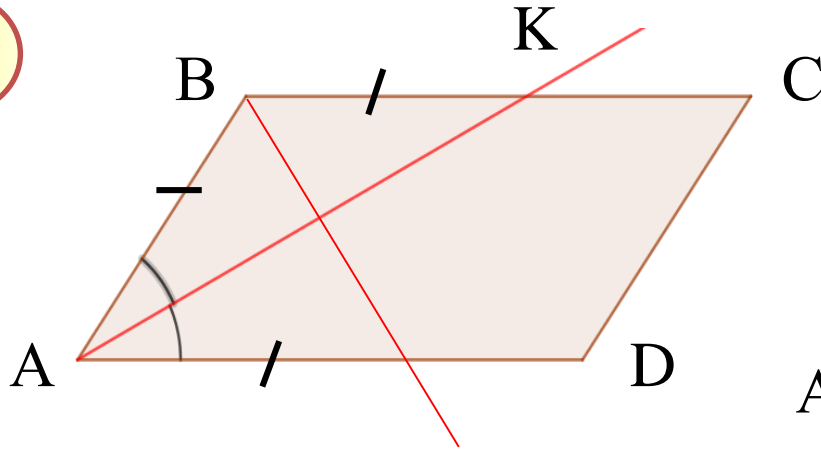


# «Дополнительные свойства параллелограмма».



## «Дополнительные свойства параллелограмма».

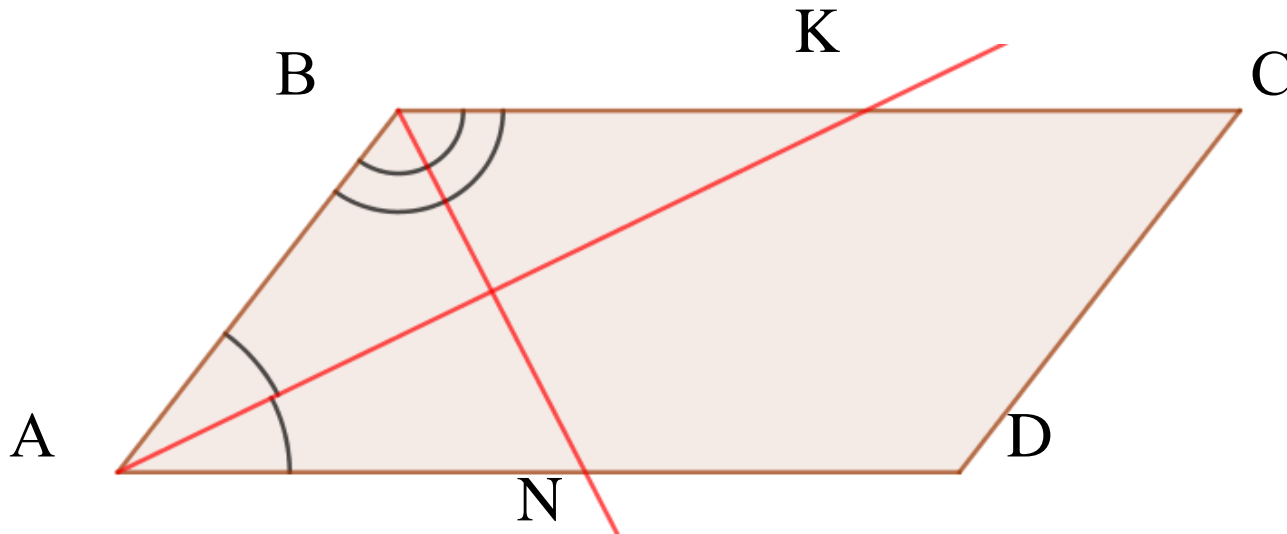
1



*Биссектриса угла параллелограмма, пересекая противоположную сторону, делит его на равнобедренный треугольник и трапецию.  
(Частный случай – вершину – два равнобедренных треугольника).*

«Дополнительные свойства параллелограмма».

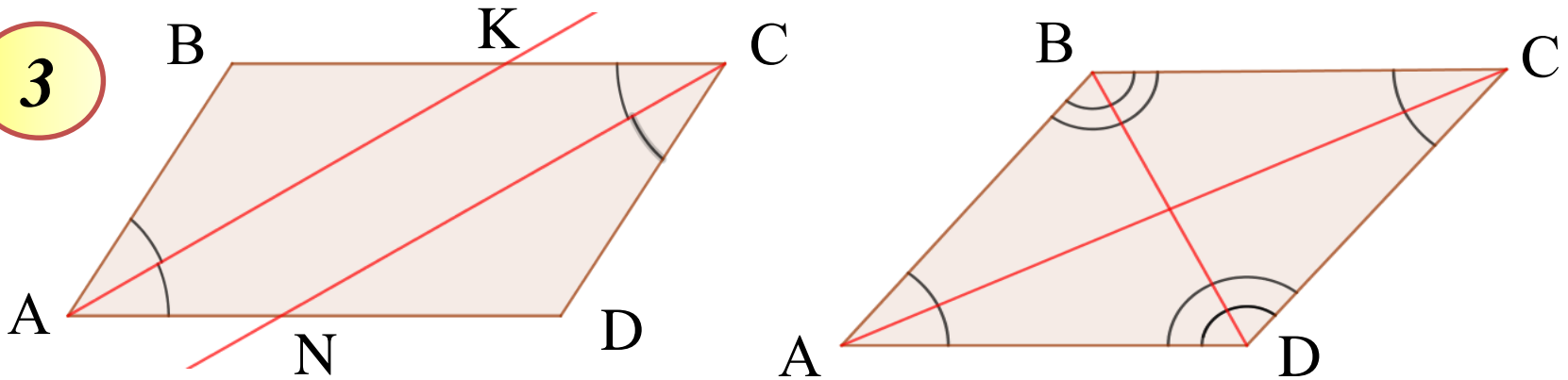
2



*Биссектрисы соседних углов параллелограмма пересекаются под прямым углом.*

## «Дополнительные свойства параллелограмма».

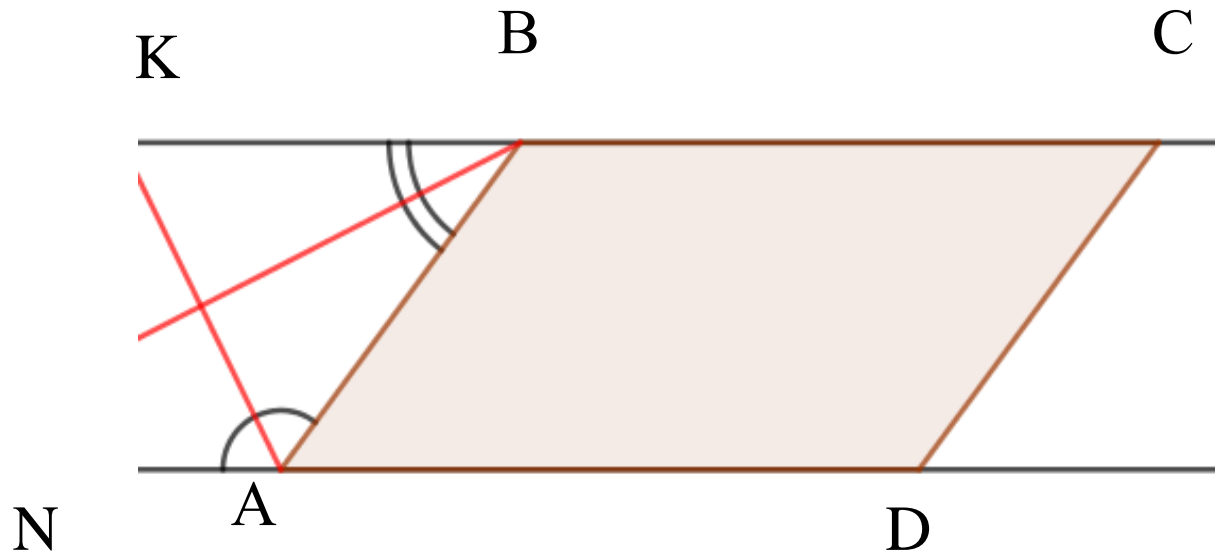
3



*Биссектрисы противоположащих углов параллельны или лежат на одной прямой*

## «Дополнительные свойства параллелограмма».

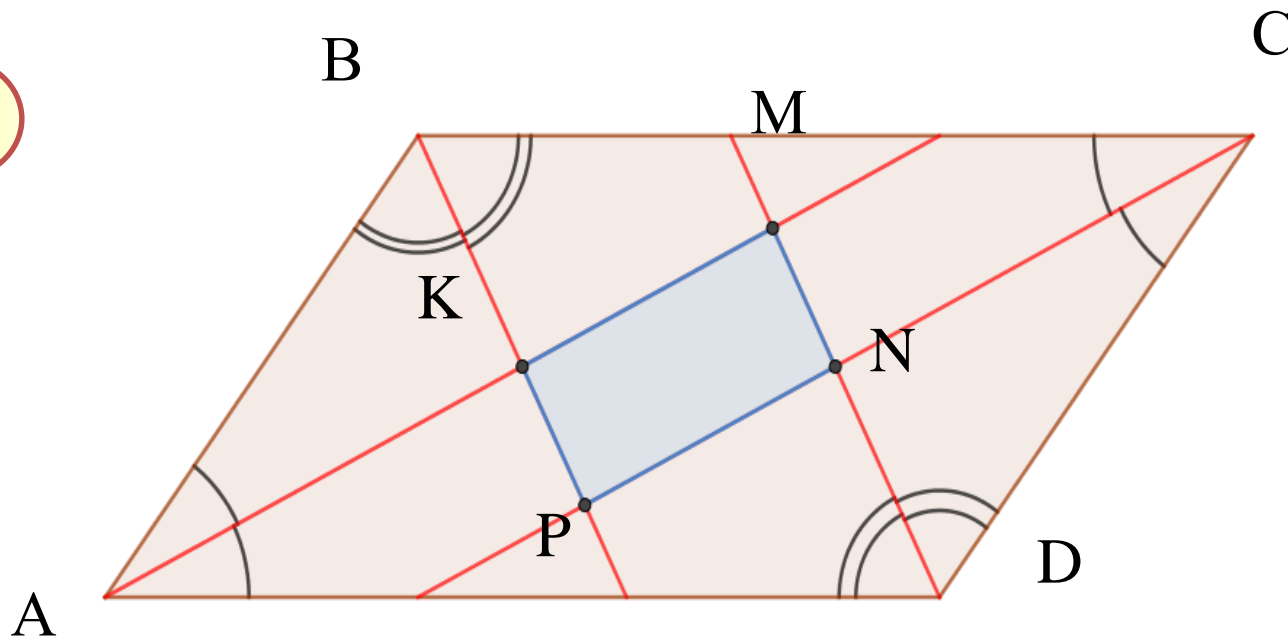
4



*Прямые содержащие биссектрисы  
внешних углов перпендикулярны.*

## «Дополнительные свойства параллелограмма».

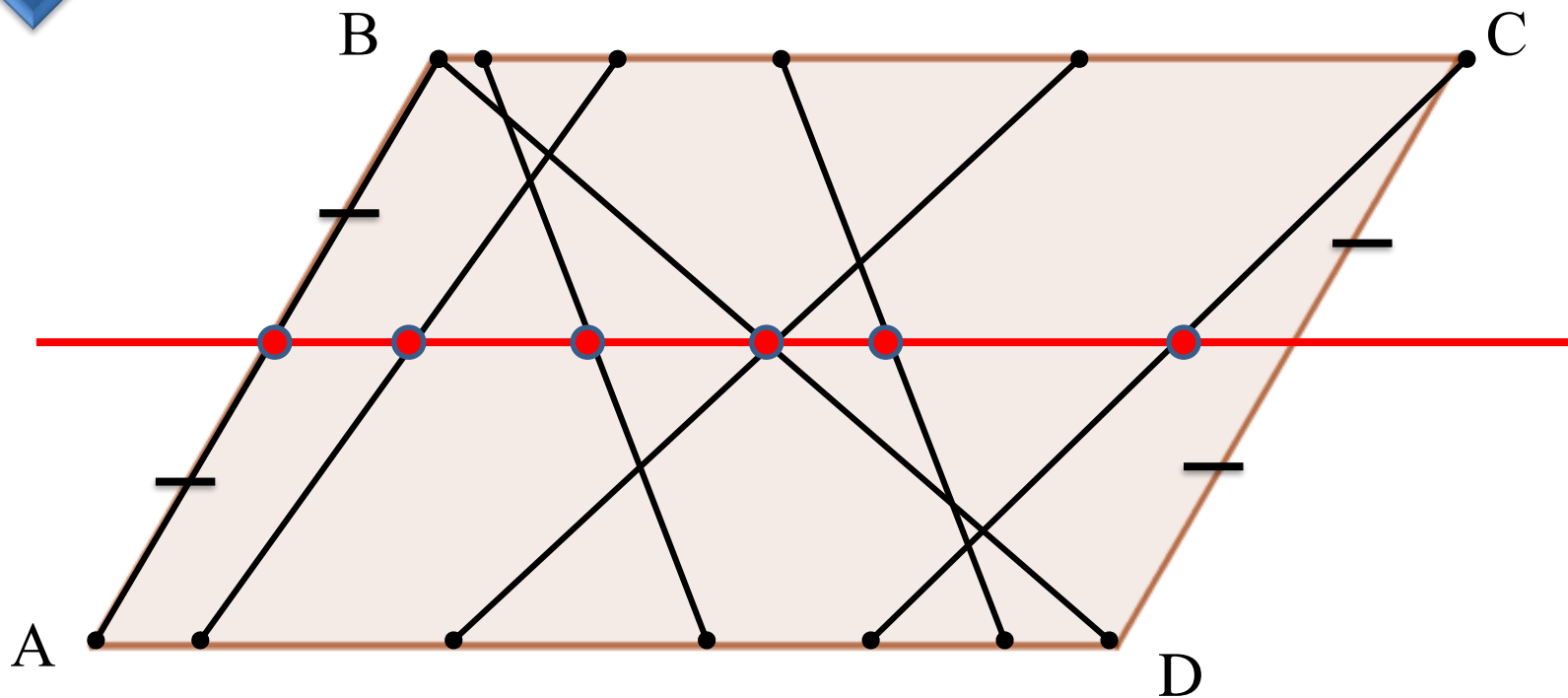
5



*Биссектрисы всех внутренних (внешних) углов параллелограмма при пересечении образуют прямоугольник.*



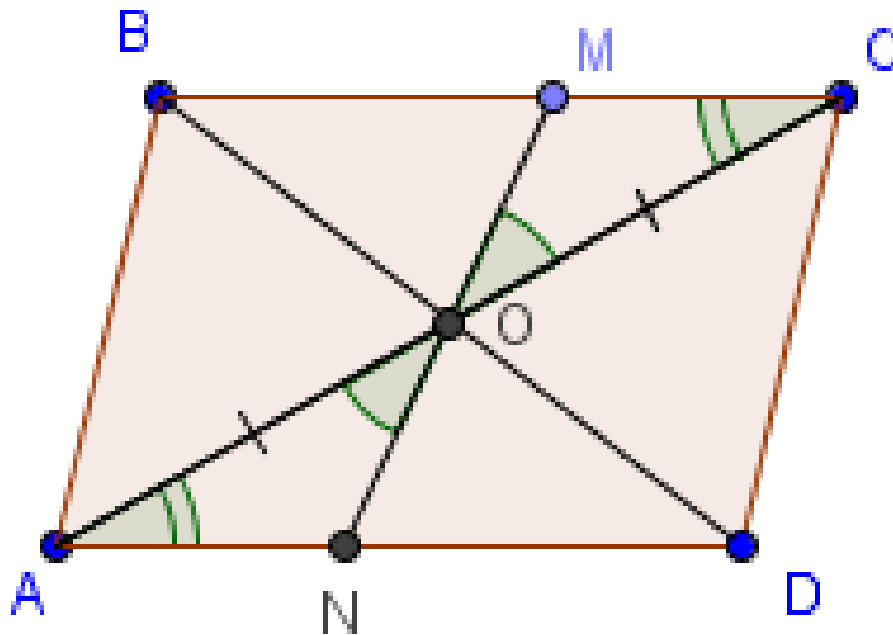
## Практическая задача



*Середина любого отрезка с концами на противоположных сторонах параллелограмма, лежит на прямой, проходящей через середины двух других сторон.*

6

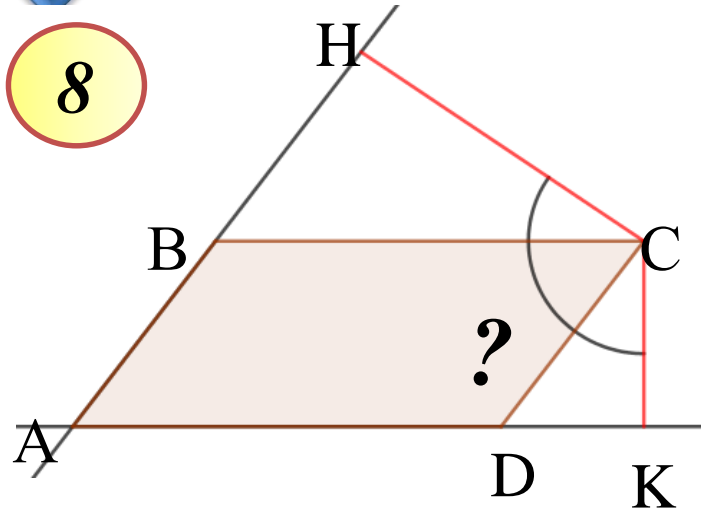
## Практическая задача



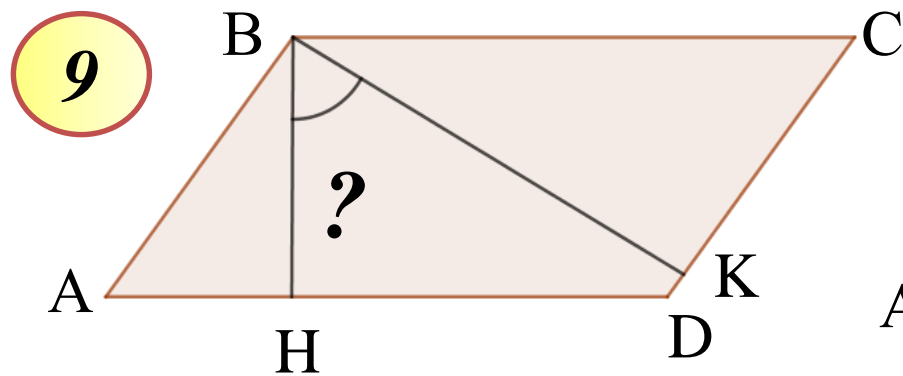
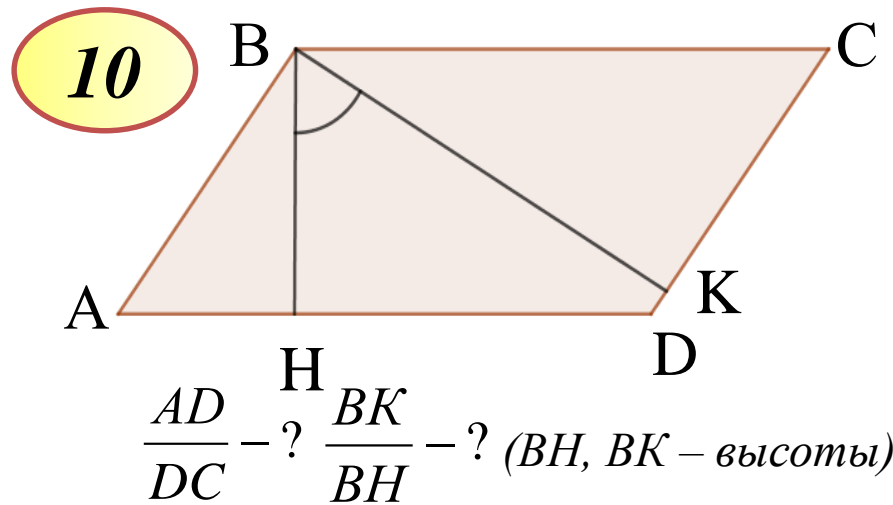
7

*В параллелограмме отрезок с концами на противоположных сторонах, проходящий через точку пересечения диагоналей, делится этой точкой пополам.*

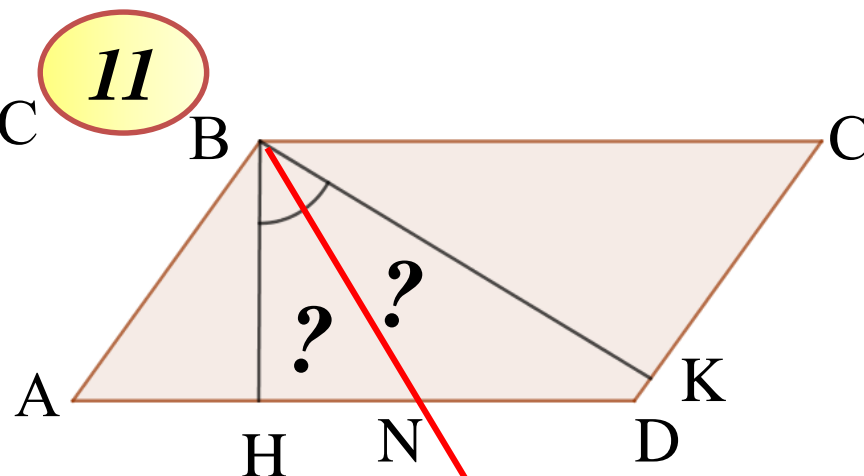
# «Дополнительные свойства параллелограмма».



(CH, CK – высоты)



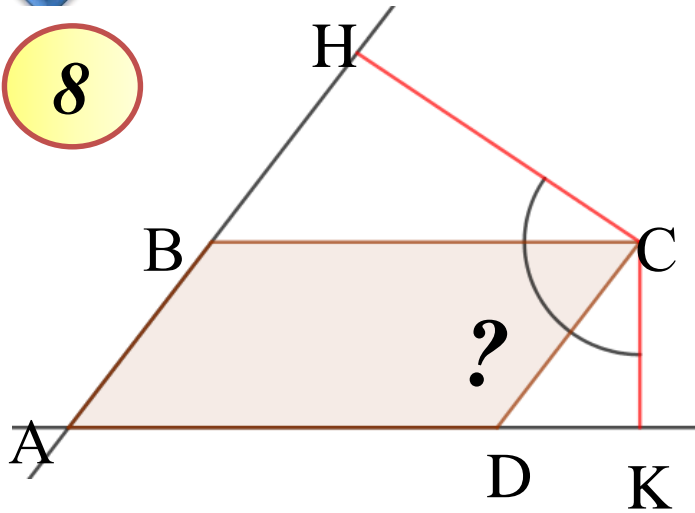
(BH, BK – высоты)



(BH, BK – высоты, BN биссектриса угла ABC)

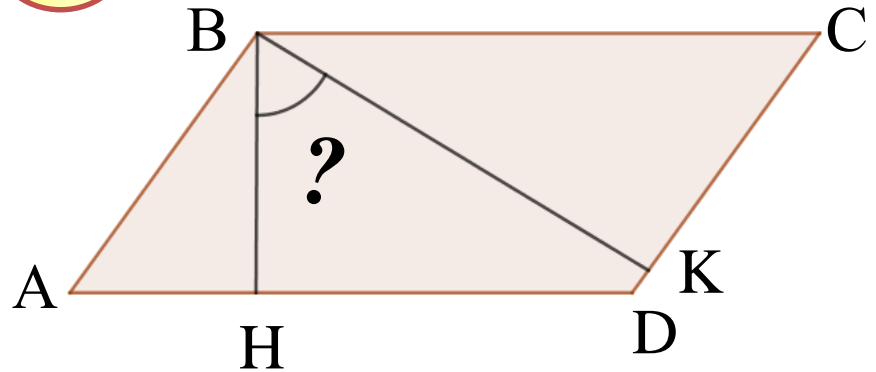
# «Дополнительные свойства параллелограмма».

8



(CH, CK – высоты)

9

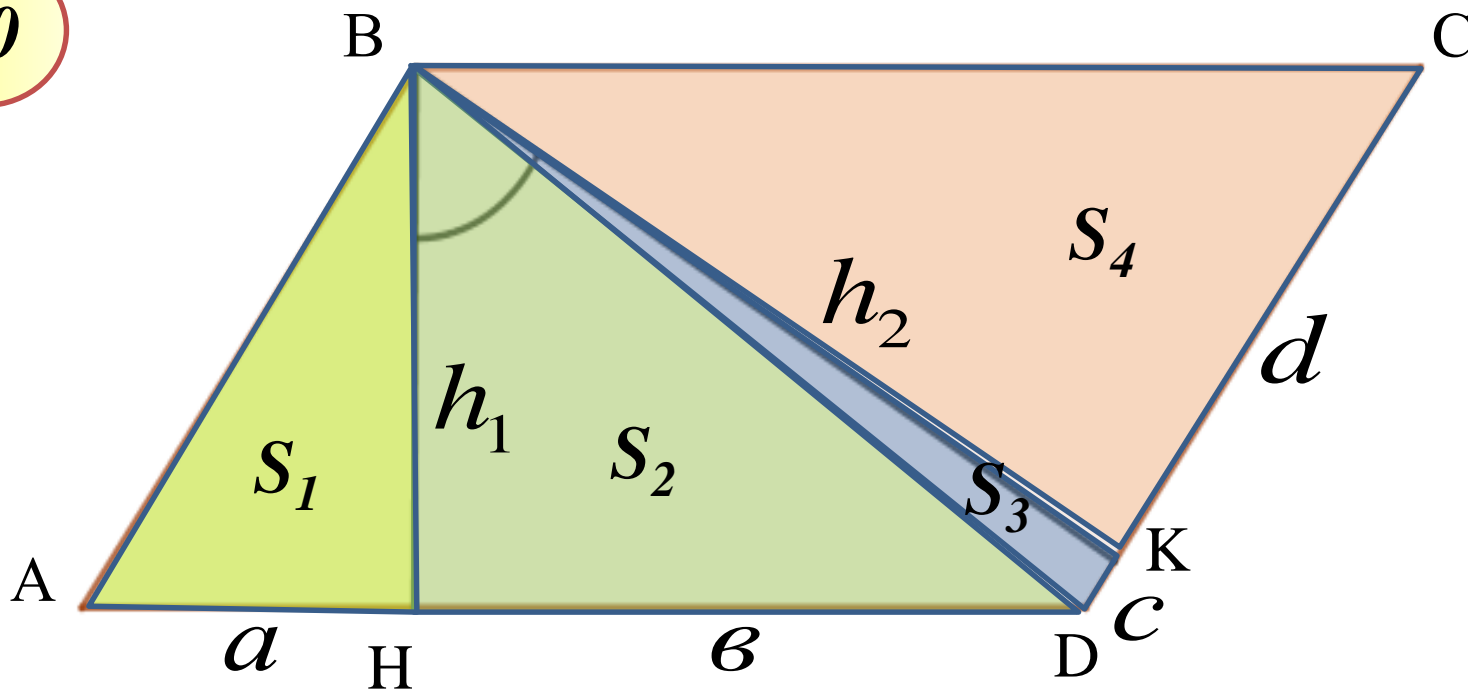


(BH, BK – высоты)

*Угол между высотами параллелограмма, проведенными из одной вершины, равен углу параллелограмма при соседней вершине.*

# Практическая работа

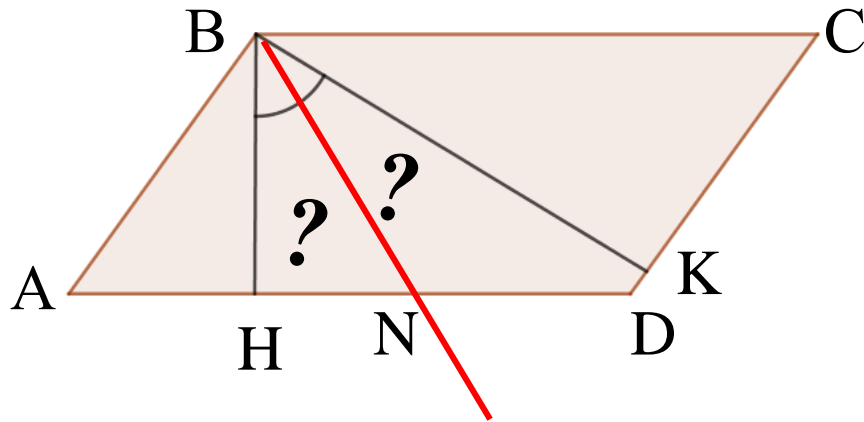
10



( $BH$ ,  $BK$  – высоты)

## «Дополнительные свойства параллелограмма».

11

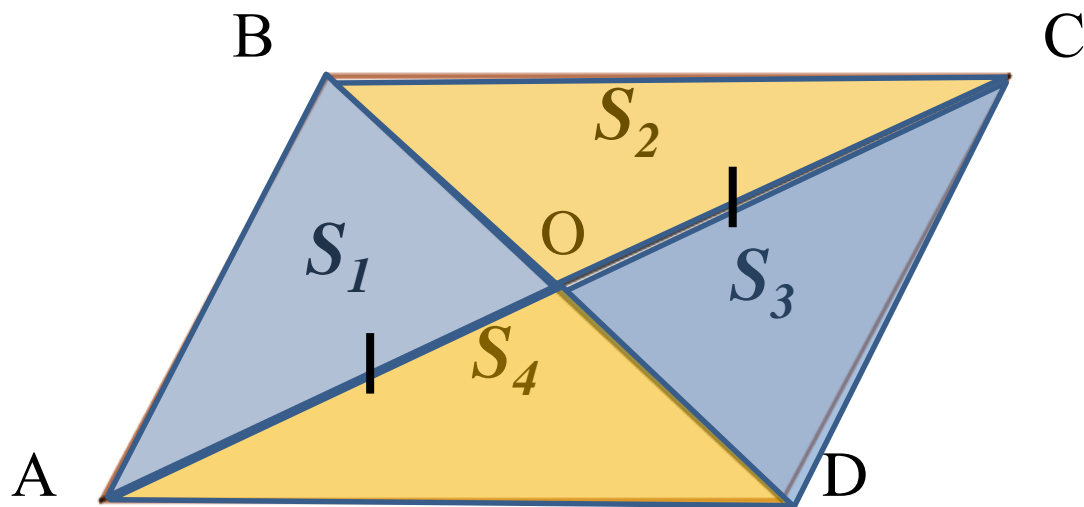


*(BH, BK – высоты, BN биссектриса угла ABC)*

*Докажите, что биссектриса угла параллелограмма делит пополам угол между высотами, проведенными из вершины этого угла.*

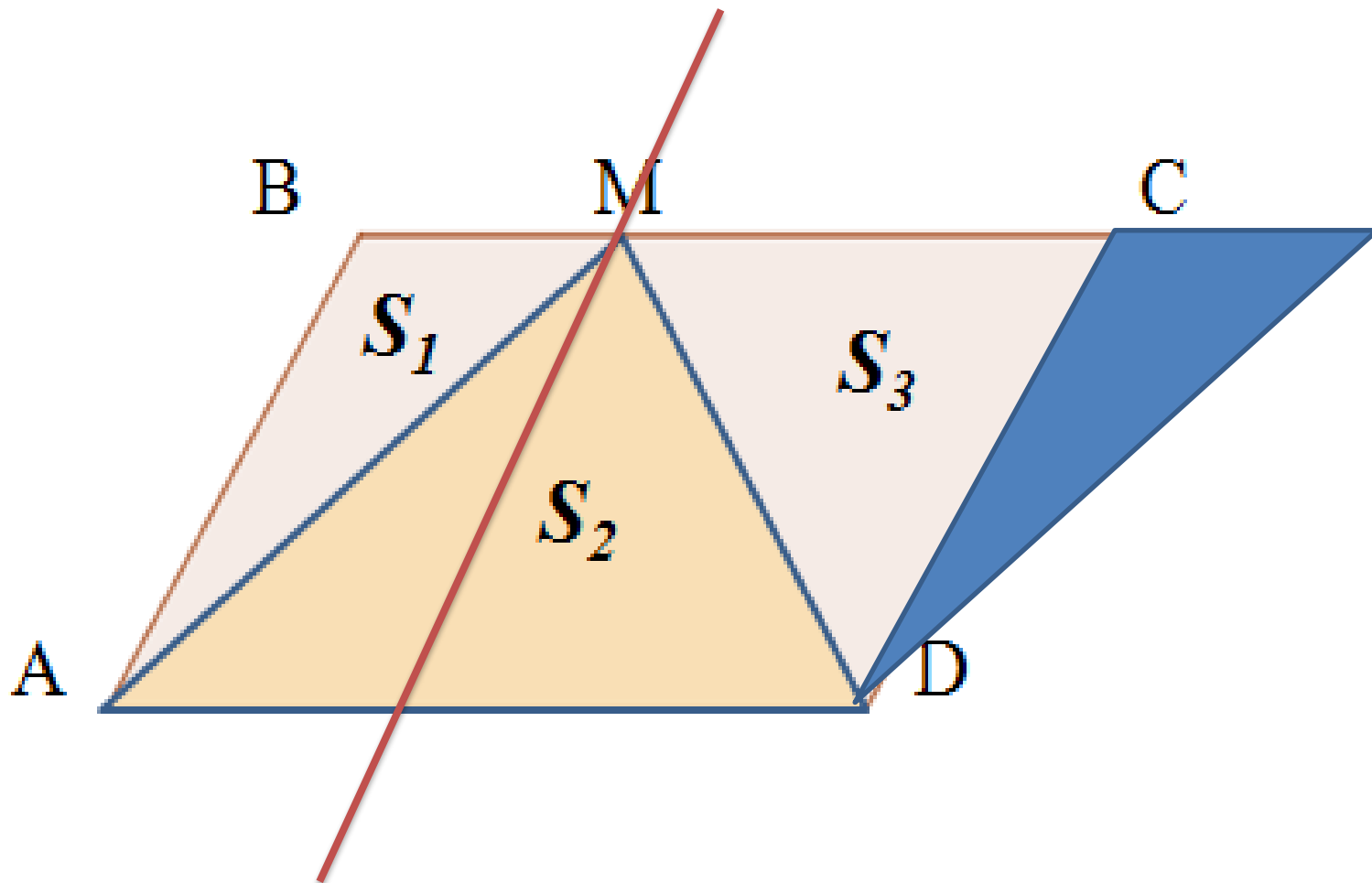
«Дополнительные свойства параллелограмма».

12



«Дополнительные свойства параллелограмма».

13



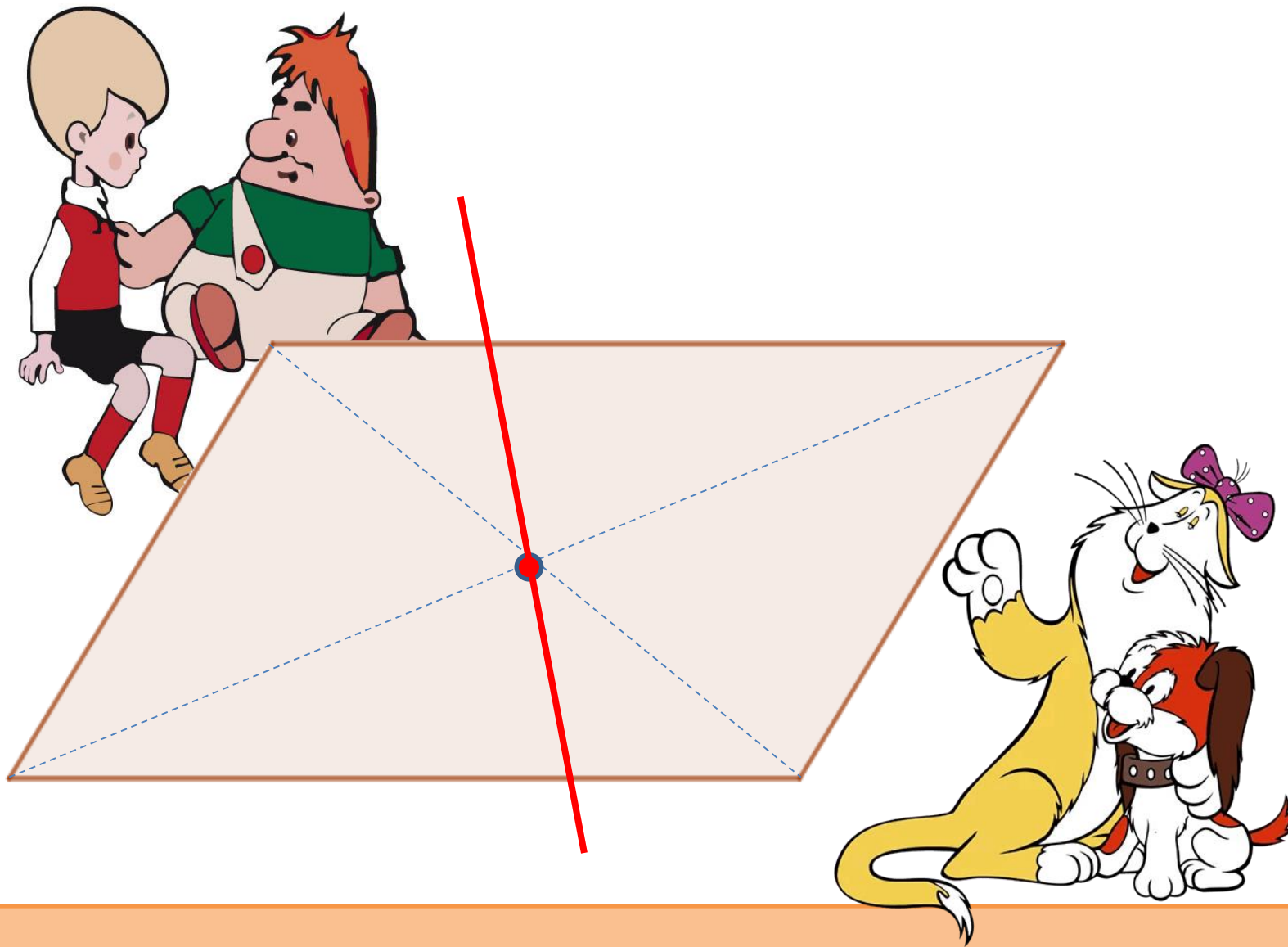


## Олимпиадная задача (минимакс)



*Торт имеет форму параллелограмма. Малыш и Карлсон делят торт следующим образом. Малыш указывает на поверхности торта точку, а Карлсон по прямой проходящей через эту точку, разрезает торт на два куска и один из кусков забирает себе. Каждый хочет получить кусок побольше. Где Малыш должен поставить точку?*

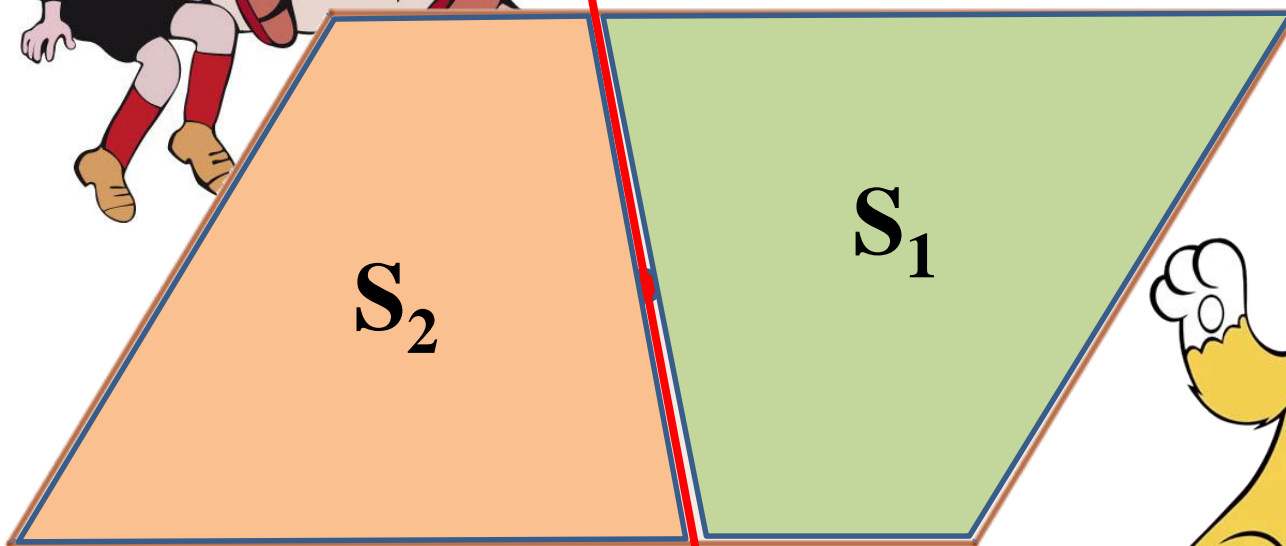
# Олимпиадная задача (минимакс)



# Олимпиадная задача (минимакс)



$$S_1 = S_2$$



- «Дополнительные свойства параллелограмма».



*Трудность решения в какой-то мере входит в само понятие задачи: там, где нет трудности, нет и задачи.*

*Дьёрдь Поля (Джордж По́лиа)*

*1887-1985*

*(венгерский математик)*





- 1) Оформить и выучить теоретический материал;
- 2) Доказать свойства параллелограмма (три на выбор);
- 3) Оформить решение олимпиадной задачи.



(Дополнительная задача.) Угол между высотами  $VL$  и  $VK$  параллелограмма  $ABCD$ , проведенными из вершины тупого угла, в три раза меньше этого угла. Найдите угол  $ABC$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

Спасибо за  
внимание!!!

